Лекция 2 «Конвективный теплообмен. Уравнение теплоотдачи. Критерии теплового подобия»

Цель: Сформулируйте конвективный теплообмен. Приведите уравнение теплоотдачи. Опишите критерии теплового подобия.

Краткий конспект лекции: Теплообмен между поверхностью твёрдого тела и жидкой или газообразной средой при их непосредственном соприкосновении называется теплоотдачей или конвективным теплообменом. При конвективном теплообмене передача тепла от поверхности твёрдого тела в ядро жидкой среды или от жидкой среды к поверхности твёрдого тела осуществляется теплопроводностью и конвекцией.

Интенсивность конвективного теплообмена в основном определяется наличием и толщиной ламинарного пограничного слоя $\delta_г$. Через этот слой тепло передаётся лишь путём теплопроводности.

Толщина ламинарного пограничного слоя $\delta_г$ зависит от режима движения жидкости. Она уменьшается с увеличением скорости движения жидкости и уменьшением вязкости. Поэтому интенсивность теплоотдачи находится в прямой зависимости от скорости потока и в обратной – от вязкости среды.

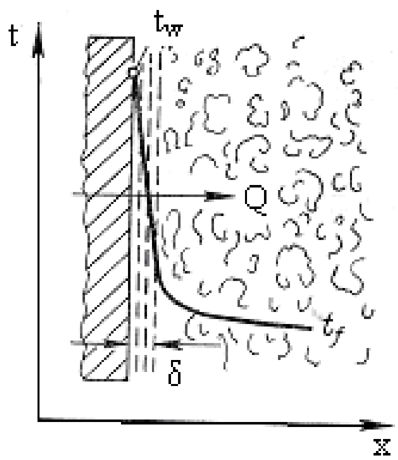

Рис. 1. Структура теплового и гидродинамического пограничных слоев

Уравнение теплоотдачи

В основе расчётов конвективного теплообмена лежит закон Ньютона согласно которому количество теплоты, переданной от теплообменной поверхности в окружающую её среду или, наоборот, от окружающей среды к теплообменной поверхности, прямо пропорционально площади поверхности теплообмена dF, разности температур между поверхностью тела и средой ($t_{ст}$-$t_ж$) и временем dτ:

$$Q = \alpha F(t_{ст} - t_ж) \text{ , Дж или ккал} \quad (1)$$

Коэффициент теплоотдачи α, характеризует интенсивность теплообмена между поверхностью тела и средой.

Физический смысл коэффициента α заключается в том, что он представляет собой количество теплоты Q, отдаваемой единицей поверхности в единицу времени при разности температур между твёрдой поверхностью и средой в один градус. Размерность коэффициента теплоотдачи находится из уравнения (2)

$$[\alpha] = \left[\frac{Q}{F(t_{ст} - t_{ж})}\right] = \left[\frac{Дж}{м^2 \cdot с \cdot К}\right] = \left[\frac{Вт}{м^2 \cdot К}\right] \tag{2}$$

Коэффициент α зависит от физической природы процесса, физических свойств участвующих в теплообмене веществ, геометрических характеристик аппаратуры и условий на границах системы, в которой протекает данный процесс.

Вследствие сложной структуры потоков, особенно в условиях турбулентного движения, величина α является сложной функцией многих переменных.

Коэффициент теплоотдачи зависит от следующих факторов:

- скорости жидкости w, ее плотности ρ и вязкости μ, т.е. переменных, определяющих режим течения жидкости;

- тепловых свойств жидкости (удельной теплоемкости c_p, теплопроводности λ), а также коэффициента объемного расширения β;

- геометрических параметров – формы и определяющих размеров стенки (для труб – их диаметр d и длина L), а также шероховатости ε стенки.

Таким образом

$$\alpha = f(w, \mu, \rho, c_p, \lambda, \beta, d, L, \varepsilon) \tag{3}$$

Вследствие сложной зависимости коэффициента теплоотдачи от большого числа факторов невозможно получить расчетное уравнение для α, пригодное для всех случаев теплоотдачи. Лишь путем обобщения опытных данных с помощью теории подобия можно получить обобщенное (критериальное) уравнение для типовых случаев теплоотдачи, позволяющее рассчитать α для условий конкретной задачи.

Математическое описание процесса распространения теплоты в движущейся среде одновременно теплопроводностью и конвекцией представляется дифференциальным уравнением Фурье-Кирхгофа

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} = a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right) \tag{4}$$

Более кратко уравнение (4) можно записать в виде

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + (\vec{w}, grad\ t) = a\nabla^2 t, \tag{5}$$

где конвективные слагаемые представлены скалярным произведением векторов скорости $\vec{w}$ и градиента температуры $grad\ t$, а кондуктивные – оператором Лапласа $\nabla^2 t$.

Коэффициент пропорциональности a в уравнениях (4, 5) носит название *коэффициента температуропроводности*:

$$[a] = \left[\frac{\lambda}{c\rho}\right] = \left[\frac{Вт/(м \cdot К)}{Дж/(кг \cdot К) \cdot кг/м^3}\right] = \left[\frac{Дж/с \cdot (м \cdot К)}{Дж/(кг \cdot К) \cdot кг/м^3}\right] = \frac{м^2}{с} \tag{6}$$

Коэффициент температуропроводности a характеризует теплоинерционные свойства тела: при прочих равных условиях быстрее нагревается или охлаждается то тело, которое обладает большим коэффициентом температуропроводности [1-3].

Тепловое подобие

Из дифференциального уравнения конвективно-кондуктивного теплообмена (4) следует, что температурное поле в движущейся жидкости является функцией различных переменных, в том числе скорости и плотности жидкости. Для практического использования уравнение (4) подобно преобразовывают с учетом условий однозначности, т.е. представляют в виде функции от критериев подобия.

Рассмотрим первоначально подобие граничных условий. Как указывалось, при турбулентном движении жидкости тепло у границы потока, т.е. в непосредственной близости от твердой стенки, представляется теплопроводностью через пограничный слой L направлении, перпендикулярном направлению движения потока.

Следовательно, по закону Фурье количество тепла, проходящее в пограничном слое толщиной δ через площадь сечения dF за время $d\tau$, составляет

$$dQ = -\lambda \frac{\partial t}{\partial \delta} dF d\tau \tag{7}$$

Количество тепла, проходящее от стенки в ядро потока, определяется по уравнению теплоотдачи (8):

$$dQ = \alpha(t_{ст} - t_{ж}) dF d\tau \tag{8}$$

При установившемся процессе теплообмена количества тепла, проходящие через пограничный слой и ядро потока, равны. Поэтому, приравнивая выражения (7) и (8) и сокращая подобные члены, получим

$$-\lambda \frac{\partial t}{\partial \delta} = \alpha(t_{ст} - t_{ж}) = \alpha \Delta t \tag{9}$$

Для подобного преобразования этого уравнения разделим его правую часть на левую и отбросим знаки математических операторов. При этом величину δ заменим некоторым определяющим геометрическим размером l. Тогда получим безразмерный комплекс величин

$$\frac{\alpha l}{\lambda} = Nu \tag{10}$$

который называется *критерием Нуссельта*. Равенство критериев Нуссельта характеризует подобие процессов теплопереноса на границе между стенкой и потоком жидкости.

Деление конвективного слагаемого на кондуктивное дает выражение, которое называют критерием Пекле. Смысл критерия Пекле – это мера отношения интенсивностей конвективного и кондуктивного переноса теплоты в потоке теплоносителя:

$$\frac{\partial(w_x t)/\partial x}{a(\partial^2 t/\partial x^2)} = \frac{(wt)/l}{a(t/l^2)} = \frac{wl}{a} = Pe \qquad (11)$$

В теплообменных процессах разность плотностей среды $\Delta\rho$ в различных точках ее объема часто является следствием разности температур Δt этой среды: $\Delta\rho = \rho\beta\Delta t$. Подстановка выражения для $\Delta\rho$ в критерий Архимеда дает тепловой критерий Грасгофа:

$$Gr = \frac{gl^3\beta\Delta t}{\nu^2}, \qquad (12)$$

где β – коэффициент объемного термического расширения, $К^{-1}$.

Критерий Грасгофа является мерой отношения произведения сил инерции и архимедовой подъемной силы к квадрату силы вязкого трения. Критерий Грасгофа определяет интенсивность естественной тепловой конвекции теплоносителя в поле силы тяжести.

Критерий Пекле может быть представлен как произведение двух безразмерных комплексов:

$$Pe = \frac{wl}{\nu} \cdot \frac{\nu}{a} = \frac{wl\rho}{\mu} \cdot \frac{\mu c}{\lambda} = Re \cdot Pr \qquad (13)$$

Безразмерный комплекс

$$\frac{\nu}{a} = \frac{\mu c}{\lambda} = Pr \qquad (14)$$

называется критерием Прандтля, который представляет собой меру отношения вязкостных и температуропроводных свойств теплоносителя.

Таким образом, общая связь критериев, определяющих интенсивность процесса теплоотдачи между текучим теплоносителем и теплообменной поверхностью, может быть представлена зависимостью критерия Нуссельта от определяющих его критериев и симплексов геометрического подобия Г:

$$Nu = f(Re, Pr, Fo, Fr, \Gamma, \Gamma_1, \Gamma_2 \cdots) \qquad (15)$$

Вид функций (15) определяется опытным путем, причем обычно им придают степенную форму. Так, например, уравнение (15) при движении потока в трубе диаметром *d* и длиной *l* может быть представлено в виде

$$Nu = CRe^m Pr^n \left(\frac{l}{d}\right)^p, \qquad (16)$$

где C, m, n, p – величины, определяемые из опыта.

При свободном движении жидкости и для процессов теплоотдачи при естественной конвекции уравнение (15) может быть представлено в виде

$$Nu = CGr^m Pr^n \left(\frac{l}{d}\right)^p, \qquad (17)$$

Для газов $Pr \approx 1 = \text{const}$ и, значит, критерий Pr можно исключить из обобщенных уравнений для определения коэффициента теплоотдачи α [1-3].

Вопросы для самоконтроля:

1. Сформулируйте конвективный теплообмен.
2. Приведите уравнение теплоотдачи.
3. Опишите критерии теплового подобия.

Литература

1. Лекции по курсу «Основные процессы и аппараты химической технологии»: учебно-методическое пособие / составители: Ж.Т. Ешова, Д.Н. Акбаева. – Алматы: Қазақ университеті, 2017. – 392 с. – 40 экз.
2. Касаткин А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии. – М.: Химия, 1973. – 752 с.
3. Романков П.Г., Фролов В.Ф., Флисюк О.М. Методы расчёта процессов и аппаратов химической технологии (примеры и задачи). – Санкт-Петербург: ХИМИЗДАТ, 2009. – 544 с.